



成人高考专升本高数真题（二）

一、选择题(1~10 小题。每小题 4 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中。只有一项是符合题目要求的)

1.

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\cos(x-2)}{x-2} = \text{【 】}$$

- A. 1 B. $\cos 1$ C. 0 D. $\frac{\pi}{2}$

【答案】B

【应试指导】 $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\cos(x-2)}{x-2} = \frac{\cos(3-2)}{3-2} = \cos 1$.

2.

设函数 $y = x^2 + 1$, 则 $\frac{dy}{dx} = \text{【 】}$

- A. $\frac{1}{3}x^3$ B. x^2
C. $2x$ D. $\frac{1}{2}x$

【答案】C

【应试指导】 因为 $y = x^2 + 1$, 所以 $\frac{dy}{dx} = 2x$.

3.

设函数 $f(x) = \cos x$, 则 $f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = \text{【 】}$

- A. -1 B. $-\frac{1}{2}$ C. 0 D. 1

【答案】A

【应试指导】 因为 $f(x) = \cos x$, $f'(x) = -\sin x$, 所以 $f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = -\sin \frac{\pi}{2} = -1$.

4.

下列区间为函数 $f(x) = \sin x$ 的单调增区间的是【 】

- A. $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ B. $\left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$
C. $\left(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right)$ D. $(0, 2\pi)$

【答案】A

【应试指导】 因为 $f(x) = \sin x$, $f'(x) = \cos x$, 令

$f'(x) > 0$ 得 $2k\pi - \frac{\pi}{2} < x < 2k\pi + \frac{\pi}{2}$, 故只有 A

项符合.

5.

$$\int x^2 dx = \text{【 】}$$



A. $3x^3 + C$

B. $x^3 + C$

C. $\frac{x^3}{3} + C$

D. $\frac{x}{2} + C$

【答案】C

【应试指导】 $\int x^2 dx = \frac{1}{3}x^3 + C$.

6.

$\int \frac{1}{1+x} dx =$ 【 】

A. $e^{1+x} + C$

B. $\frac{1}{1+x} + C$

C. $x + C$

D. $\ln |1+x| + C$

【答案】D

【应试指导】 $\int \frac{1}{1+x} dx = \ln |1+x| + C$.

7.

设函数 $z = \ln(x+y)$, 则 $\left. \frac{\partial z}{\partial x} \right|_{(1,1)} =$ 【 】

A. 0

B. $\frac{1}{2}$

C. $\ln 2$

D. 1

【答案】B

【应试指导】 因为 $z = \ln(x+y)$, $\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{1}{x+y}$, 所以

$\left. \frac{\partial z}{\partial x} \right|_{(1,1)} = \frac{1}{2}$.

8.

曲线 $y = \sqrt{4-x^2}$ 与 x 轴所围成的平面图形的面积为 【 】

A. 2

B. 4

C. 2π

D. 4π

【答案】C

【应试指导】 由题意可知, 所求面积 S 的图形为

$x^2 + y^2 = 4$ 的上半圆, 故 $S = 2\pi$.

9.

设函数 $z = e^x + y^2$, 则 $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} =$ 【 】

A. $2y$

B. $e^x + 2y$

C. $e^x + y^2$

D. e^x

【答案】D

【应试指导】 因为 $z = e^x + y^2$, 所以 $\frac{\partial z}{\partial x} = e^x$, $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = e^x$.

10.

设事件 A, B 互不相容, $P(A) = 0.3, P(B) = 0.2$, 则 $P(A+B) =$ 【 】

A. 0.44

B. 0.5

C. 0.1

D. 0.06



【答案】B

【应试指导】因为,事件A、B互不相容,所以, $P(A+B) = P(A) + P(B) = 0.3 + 0.2 = 0.5$.

第II卷(非选择题,共110分)

二、填空题(11~20小题.每小题4分,共40分)

11.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x + 2}{x^2 - 3} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

【答案】-2

【应试指导】 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x + 2}{x^2 - 3} = \frac{1 + 1 + 2}{1 - 3} = -2$.

12.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{3x} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

【答案】 $\frac{2}{3}$

【考情点拨】本题考查了洛必达法则的知识点.

【应试指导】 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{3x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2\cos 2x}{3} = \frac{2}{3}$.

13.

设函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1, & x < 0 \\ a + x, & x \geq 0 \end{cases}$, 在 $x = 0$ 处连续, 则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】1

【应试指导】因为 $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1, & x < 0 \\ a + x, & x \geq 0 \end{cases}$ 在 $x = 0$ 处连续, 所以 $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$, 即 $a = 1$.

14.

曲线 $y = x^3 + 3x$ 的拐点坐标为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】(0, 0)

【应试指导】因为 $y = x^3 + 3x, y' = 3x^2 + 3, y'' = 6x$, 令 $y'' = 0$, 得 $x = 0$. 当 $x > 0$ 时, $y'' > 0$, 当 $x < 0$ 时, $y'' < 0$, 所以曲线 $y = x^3 + 3x$ 的拐点坐标为 (0, 0).

15.

设函数 $f(x) = \cos x$, 则 $f''(x) = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $-\cos x$

【考情点拨】本题考查了一元函数的二阶导数的知识点.

【应试指导】因为 $f(x) = \cos x, f'(x) = -\sin x$, $f''(x) = -\cos x$.

16.

曲线 $y = \sin(x+1)$ 在点 $(-1, 0)$ 处的切线斜率为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】1



【应试指导】 因为 $y = \sin(x+1)$, $y' = \cos(x+1)$,

$\left. y' \right|_{x=-1} = 1$, 所以曲线 $y = \sin(x+1)$ 在点 $(-1, 0)$ 处的切线斜率为 1.

17.

$$\int 2xe^{x^2} dx = \underline{\hspace{2cm}}.$$

【答案】 $e^{x^2} + C$

【考情点拨】 本题考查了第一类换元积分法的知识点.

【应试指导】 $\int 2xe^{x^2} dx = \int e^{x^2} dx^2 = e^{x^2} + C.$

18.

$$\int_0^1 \cos x dx = \underline{\hspace{2cm}}.$$

【答案】 $\sin 1$

【考情点拨】 本题考查了定积分的知识点.

【应试指导】 $\int_0^1 \cos x dx = \sin x \Big|_0^1 = \sin 1.$

19.

$$\int_0^{+\infty} e^{-x} dx = \underline{\hspace{2cm}}.$$

【答案】 1

【应试指导】 $\int_0^{+\infty} e^{-x} dx = \lim_{a \rightarrow +\infty} \int_0^a e^{-x} dx =$

$\lim_{a \rightarrow +\infty} (-e^{-x}) \Big|_0^a = \lim_{a \rightarrow +\infty} (1 - e^{-a}) = 1.$

20.

设函数 $z = x^2 e^y$, 则全微分 $dz = \underline{\hspace{2cm}}.$

【答案】 $2xe^y dx + x^2 e^y dy$

【考情点拨】 本题考查了二元函数的全微分的知识点.

【应试指导】 因为 $z = x^2 e^y$, $\frac{\partial z}{\partial x} = 2xe^y$, $\frac{\partial z}{\partial y} = x^2 e^y$, 所以 $dz = 2xe^y dx + x^2 e^y dy.$

三、解答题 (21~28 题, 共 70 分. 解答应写出推理、演算步骤)

21.

(本题满分 8 分)

计算 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x}.$

【答案】

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x}{1} \quad (6 \text{ 分})$$

$$= 1. \quad (8 \text{ 分})$$

22.

(本题满分 8 分)

设函数 $y = \ln(x^2 + 1)$, 求 $dy.$

【答案】



$$y' = \frac{1}{x^2+1} (x^2+1)' \quad (3 \text{ 分})$$

$$= \frac{2x}{x^2+1}. \quad (6 \text{ 分})$$

$$dy = \frac{2x}{x^2+1} dx. \quad (8 \text{ 分})$$

23.

(本题满分 8 分)

计算 $\int \frac{\ln x}{x} dx$.

【答案】

$$\int \frac{\ln x}{x} dx = \int \ln x d(\ln x) \quad (4 \text{ 分})$$

$$= \frac{1}{2} (\ln x)^2 + C. \quad (8 \text{ 分})$$

24.

(本题满分 8 分)

计算 $\int x \cos x dx$.

【答案】

$$\int x \cos x dx = \int x d(\sin x) \quad (3 \text{ 分})$$

$$= x \sin x - \int \sin x dx \quad (6 \text{ 分})$$

$$= x \sin x + \cos x + C. \quad (8 \text{ 分})$$

25.

(本题满分 8 分)

已知某篮球运动员每次投篮投中的概率是 0.9, 记 x 为他两次独立投篮投中的次数.

(1) 求 X 的概率分布;

(2) 求 X 的数学期望 $E(X)$.

【答案】

(1) X 可能的取值为 0, 1, 2;

$$P\{X=0\} = 0.1 \times 0.1 = 0.01;$$

$$P\{X=1\} = 2 \times 0.9 \times 0.1 = 0.18;$$

$$P\{X=2\} = 0.9 \times 0.9 = 0.81.$$

因此 X 的概率分布为

X	0	1	2
P	0.01	0.18	0.81

(5 分)

(2) 数学期望:

$$E(X) = 0 \times 0.01 + 1 \times 0.18 + 2 \times 0.81 = 1.80.$$

(8 分)

26.

(本题满分 10 分)

求函数 $f(x) = x^3 - 3x - 2$ 的单调区间和极值.

【答案】



函数 $f(x)$ 的定义域为 $(-\infty, +\infty)$.

$$f'(x) = 3x^2 - 3. \quad (4 \text{ 分})$$

令 $f'(x) = 0$, 得驻点 $x_1 = -1, x_2 = 1$.

x	$(-\infty, -1)$	-1	$(-1, 1)$	1	$(1, +\infty)$
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	↗	极大 值 0	↘	极小 值 -4	↗

(8 分)

因此 $f(x)$ 的单调增区间为 $(-\infty, -1), (1, +\infty)$; 单调减区间为 $(-1, 1)$.

$f(x)$ 的极大值为 $f(-1) = 0$, 极小值为 $f(1) = -4$.

(10 分)

27.

(本题满分 10 分)

已知函数 $f(x) = -x^2 + 2x$.

(1) 求曲线 $y = f(x)$ 与 x 轴所围成的平面图形的面积 S ;

(2) 求(1)中的平面图形绕 x 轴旋转一周所得旋转体的体积 V .

【答案】

(1) 由 $\begin{cases} y = -x^2 + 2x, \\ y = 0 \end{cases}$ 得交点坐标为 $(0, 0), (2, 0)$.

(2 分)

$$S = \int_0^2 (-x^2 + 2x) dx$$

$$= \left(-\frac{x^3}{3} + x^2 \right) \Big|_0^2$$

$$= \frac{4}{3}.$$

(5 分)

$$(2) V = \int_0^2 \pi (f(x))^2 dx$$

$$= \int_0^2 \pi (-x^2 + 2x)^2 dx$$

$$= \pi \int_0^2 (x^4 - 4x^3 + 4x^2) dx$$

$$= \pi \left(\frac{1}{5} x^5 - x^4 + \frac{4}{3} x^3 \right) \Big|_0^2$$

$$= \frac{16}{15} \pi.$$

(10 分)

28.

(本题满分 10 分)

求二元函数 $f(x, y) = x^2 + y^2 + 2y$ 的极值.

【答案】



$$\begin{cases} f'_x(x, y) = 2x, \\ f'_y(x, y) = 2y + 2. \end{cases}$$

令 $\begin{cases} f'_x(x, y) = 0, \\ f'_y(x, y) = 0, \end{cases}$ 得驻点 $(0, -1)$. (3 分)

因为 $f''_{xx}(x, y) = 2, f''_{xy}(x, y) = 0, f''_{yy}(x, y) = 2$, (6 分)

所以 $A = f''_{xx}(0, -1) = 2, B = f''_{xy}(0, -1) = 0$,
 $C = f''_{yy}(0, -1) = 2$. (8 分)

由于 $A > 0$ 且 $AC - B^2 > 0$, 故 $f(x, y)$ 在点 $(0, -1)$ 处取得极小值.

极小值为 $f(0, -1) = -1$. (10 分)

