



2021 年成考专升本高等数学（一）真题

1【单选】(总分 4 分)

设 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+bx)}{x} = 2$, 则 $b =$ ()

- A、2
- B、1
- C、 $\frac{1}{2}$
- D、-2

答案与解析

正确答案是：A

【解析】

【考情点拨】 本题考查了等价无穷小的代换的知识点.

【应试指导】 当 $x \rightarrow 0$ 时, $\ln(1+bx) \sim bx$, 故 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+bx)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{bx}{x} = b = 2$.

2【单选】(总分 4 分)

当 $x \rightarrow 0$ 时, $\tan x^2$ 为 x 的 ()

- A、低阶无穷小量
- B、等价无穷小量
- C、同阶但不等价无穷小量
- D、高阶无穷小量

答案与解析

正确答案是：D

【解析】

【考情点拨】 本题考查了高阶无穷小量的知识点.

【应试指导】 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x^2}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} x = 0$, 故当 $x \rightarrow 0$ 时, $\tan x^2$ 为 x 的高阶无穷小量.

3【单选】(总分 4 分)

设函数 $f(x)$ 满足 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{2(x-1)} = 1$, 则 $f'(1) =$ ()

- A、2
- B、1
- C、 $\frac{1}{2}$
- D、-1

答案与解析



正确答案是：A

【解析】

【考情点拨】 本题考查了函数的导数的知识点.

【应试指导】 $f'(1) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = 2 \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{2(x - 1)} = 2.$

4【单选】(总分 4 分)

设 $y = x + e^{-x}$, 则 $dy \Big|_{x=1} = ()$

- A、 $e^{-1}dx$
- B、 $-e^{-1}dx$
- C、 $(1+e^{-1})dx$
- D、 $(1-e^{-1})dx$

答案与解析

正确答案是：D

【解析】

【考情点拨】 本题考查了函数的微分的知识点.

【应试指导】 $dy = (x + e^{-x})' dx = (1 - e^{-x}) dx$, 因此 $dy \Big|_{x=1} = (1 - e^{-1}) \Big|_{x=1} dx = (1 - e^{-1})$

5【单选】(总分 4 分)

曲线 $y = x \ln x$ 在点 (e, e) 处法线的斜率为()

- A、-2
- B、 $-\frac{1}{2}$
- C、 $\frac{1}{2}$
- D、2

答案与解析

正确答案是：D

【解析】

求出函数的导数, 运用导数的几何意义, 代入 $x=e$, 计算即可得到所求切线的斜率.

解答 解: $y = x \ln x$ 的导数为 $y' = 1 + \ln x$,

由导数的几何意义, 可得在点 (e, e) 处的切线斜率为 $k = 1 + \ln e = 2$.

故选: D.

6【单选】(总分 4 分)

$\int (\cos x)' dx = ()$

- A、 $\sin x + C$



- B、 $\cos x + C$
- C、 $-\sin x + C$
- D、 $-\cos x + C$

答案与解析

正确答案是：B

【解析】

【考情点拨】 本题考查了不定积分的基本性质的知识点。

【应试指导】 $\int (\cos x)' dx = \int d(\cos x) = \cos x + C.$

7【单选】(总分4分)

$$\int_{-1}^1 (x \cos x + 1) dx = ()$$

- A、-2
- B、-1
- C、1
- D、2

答案与解析

正确答案是：D

【解析】

【考情点拨】 本题考查了定积分的性质的知识点。

【应试指导】 $\int_{-1}^1 (x \cos x + 1) dx = \int_{-1}^1 x \cos x dx + \int_{-1}^1 dx = \int_{-1}^1 dx = x \Big|_{-1}^1 = 2.$

8【单选】(总分4分)

$$\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^3} dx = ()$$

- A、 $\frac{1}{2}$
- B、 $\frac{1}{4}$
- C、 $-\frac{1}{4}$
- D、 $-\frac{1}{2}$

答案与解析

正确答案是：A

【解析】

【考情点拨】 本题考查了广义积分的计算的知识点。

【应试指导】 $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^3} dx = \frac{1}{-3+1} x^{-3+1} \Big|_1^{+\infty} = -\left(0 - \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}.$



9【单选】(总分 4 分)

设 $z = y^5 + \arctan x$, 则 $\frac{\partial z}{\partial y} =$

- A、 $5y^4 + \frac{1}{1+x^2}$
- B、 $\frac{1}{1+x^2}$
- C、 $5y^4$
- D、 $5y^4 - \arctan x$

答案与解析

正确答案是: C

[解析]

【考情点拨】 本题考查了二元函数的偏导数的知识点.

【应试指导】 $\frac{\partial z}{\partial y} = (y^5)' = 5y^4$.

10【单选】(总分 4 分)

设 $z = e^{2x-y}$, 则 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} =$

- A、 $-e^{2x-y}$
- B、 e^{2x-y}
- C、 $-2e^{2x-y}$
- D、 $2e^{2x-y}$

答案与解析

正确答案是: C

[解析]

【考情点拨】 本题考查了二元函数的高阶偏导数的知识点.

【应试指导】 $\frac{\partial z}{\partial x} = e^{2x-y} \cdot 2 = 2e^{2x-y}$, $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = 2e^{2x-y} \cdot (-1) = -2e^{2x-y}$.

11【填空题】(总分 4 分)

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x+1}{x^2+2x+3} =$ _____.

答案与解析

正确答案是:

[解析]



【答案】 $\frac{1}{3}$

【考情点拨】 本题考查了函数极限的四则运算的知识点.

【应试指导】 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x+1}{x^2+2x+3} = \frac{0+1}{0+0+3} = \frac{1}{3}.$

12 【填空题】 (总分 4 分)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 + 5n}{2n^2 + 4n + 5} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

答案与解析

正确答案是:

【解析】

【答案】 $\frac{3}{2}$

【考情点拨】 本题考查了函数极限的四则运算法则的知识点.

【应试指导】 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 + 5n}{2n^2 + 4n + 5} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 + \frac{5}{n}}{2 + \frac{4}{n} + \frac{5}{n^2}} = \frac{3}{2}.$

13 【填空题】 (总分 4 分)

设函数 $f(x) = \frac{e^x - 1}{2x}$, 则 $f(x)$ 的间断点为 $x = \underline{\hspace{2cm}}.$

答案与解析

正确答案是:

【解析】

【答案】 0

【考情点拨】 本题考查了函数的间断点的知识点.

【应试指导】 函数在 $x = 0$ 处无定义, 故其间断点为 $x = 0.$

14 【填空题】 (总分 4 分)

设 $y = xe^x$, 则 $y' = \underline{\hspace{2cm}}.$

答案与解析

正确答案是:

【解析】

【答案】 $(x+1)e^x$

【考情点拨】 本题考查了函数导数的知识点.

【应试指导】 $y' = (xe^x)' = e^x + xe^x = (1+x)e^x.$



15【填空题】(总分 4 分)

设 $y=y(x)$ 是由方程 $y+e^y=x$ 所确定的隐函数, 则 $y'=\underline{\hspace{2cm}}$ 。

答案与解析

正确答案是:

【解析】

【答案】 $\frac{1}{1+e^y}$

【考情点拨】 本题考查了隐函数的求导的知识点。

【应试指导】 方程两边对 x 求导, 得 $y'+e^y \cdot y'=1$, 即 $y'=\frac{1}{1+e^y}$ 。

16【填空题】(总分 4 分)

曲线 $y=\frac{1}{x-2}$ 的铅直渐近线方程为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

答案与解析

正确答案是:

【解析】

【答案】 $x=2$

【考情点拨】 本题考查了曲线的铅直渐近线的知识点。

【应试指导】 当 $x \rightarrow 2$ 时, $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x-2} = \infty$, 故 $x=2$ 为曲线的铅直渐近线。

17【填空题】(总分 4 分)

$\int x e^{x^2} dx = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

答案与解析

正确答案是:

【解析】

【答案】 $\frac{1}{2} e^{x^2} + C$

【考情点拨】 本题考查了不定积分的第一换元积分法的知识点。

【应试指导】 $\int x e^{x^2} dx = \frac{1}{2} \int 2x e^{x^2} dx = \frac{1}{2} \int e^{x^2} d(x^2) = \frac{1}{2} e^{x^2} + C$ 。

18【填空题】(总分 4 分)



$$\frac{d}{dx} \left(\int_2^x \tan t dt \right) = \underline{\hspace{2cm}}.$$

答案与解析

正确答案是:

【解析】

【答案】 $\tan x$

【考情点拨】 本题考查了变上限定积分的性质的知识点.

【应试指导】 $\frac{d}{dx} \left(\int_2^x \tan t dt \right) = \tan x.$

19 【填空题】 (总分 4 分)

$$\int_0^1 \frac{1}{1+x^2} dx = \underline{\hspace{2cm}}.$$

答案与解析

正确答案是:

【解析】

【答案】 $\frac{\pi}{4}$

【考情点拨】 本题考查了定积分的知识点.

【应试指导】 $\int_0^1 \frac{1}{1+x^2} dx = \arctan x \Big|_0^1 = \frac{\pi}{4}.$

20 【填空题】 (总分 4 分)

过坐标原点且与平面 $3x-7y+5z-12=0$ 平行的平面方程为_____。

答案与解析

正确答案是:

【解析】

【答案】 $3x-7y+5z=0$

。【考情点拨】 本题考查了平面方程的知识点。

【应试指导】 已知所求平面与 $3x-7y+5z-12=0$ 平行, 则其法向量为 $(3, -7, 5)$, 故所求方程为 $3(x-0) + (-7)(y-0) + 5(z-0) = 0$, 即 $3x-7y+5z=0$.

21 【解答题】 (总分 8 分)

(本题满分 8 分)

设函数 $f(x) = \begin{cases} 2ax + a^2, & x > 1, \\ -x, & x \leq 1 \end{cases}$ 在 $x = 1$ 处连续, 求 a .

答案与解析



正确答案是:

[解析]

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (2ax + a^2) = 2a + a^2,$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (-x) = -1.$$

由于 $f(x)$ 在 $x = 1$ 处连续,

$$\text{所以 } \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x), \text{ 即 } 2a + a^2 = -1.$$

解得 $a = -1$.

22 【解答题】 (总分 8 分)

(本题满分 8 分)

设 $y = \frac{\ln x}{x}$, 求 dy .

答案与解析

正确答案是:

[解析]

$$y' = \frac{1 - \ln x}{x^2},$$

$$dy = y' dx = \frac{1 - \ln x}{x^2} dx.$$

23 【解答题】 (总分 8 分)

(本题满分 8 分)

计算 $\int \frac{\cos \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$.

答案与解析

正确答案是:

[解析]



$$\begin{aligned}\text{令 } t = \sqrt{x}, \text{ 则 } x = t^2, dx = 2t dt. \\ \int \frac{\cos \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx &= \int \frac{2t \cos t}{t} dt \\ &= 2 \int \cos t dt \\ &= 2 \sin \sqrt{x} + C.\end{aligned}$$

24【解答题】 (总分 8 分)

(本题满分 8 分)

求曲线 $y=2x^3-6x^2$ 的凹、凸的区间及拐点。

答案与解析

正确答案是:

【解析】

$$y' = 6x^2 - 12x, y'' = 12x - 12.$$

由 $y'' = 12x - 12 = 0$ 得 $x = 1$.

当 $x < 1$ 时, $y'' < 0$, 因此在区间 $(-\infty, 1)$ 曲线是凸的;

当 $x > 1$ 时, $y'' > 0$, 因此在区间 $(1, +\infty)$ 曲线是凹的;

当 $x = 1$ 时, $y = -4$, 点 $(1, -4)$ 为曲线的拐点.

25【解答题】 (总分 8 分)

(本题满分 8 分)

设 $z = \ln(x + y^2)$, 求 $dz|_{(1,1)}$.

答案与解析

正确答案是:

【解析】

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{1}{x + y^2}, \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{2y}{x + y^2},$$

$$\text{于是 } dz = \frac{1}{x + y^2} dx + \frac{2y}{x + y^2} dy,$$

$$\text{因此 } dz|_{(1,1)} = \frac{1}{2} dx + dy.$$

26【解答题】 (总分 10 分)



(本题满分 10 分)

求微分方程 $y'' - 3y' + 2y = 2$ 的通解。

答案与解析

正确答案是:

【解析】

原方程对应的齐次方程的特征方程为 $r^2 - 3r + 2 = 0$,

特征根为 $r_1 = 1, r_2 = 2$.

故原方程对应的齐次方程的通解为 $y = C_1 e^x + C_2 e^{2x}$,

$y^* = 1$ 为原方程的特解,

所以原方程的通解为 $y = C_1 e^x + C_2 e^{2x} + 1$ 。

27 【解答题】 (总分 10 分)

(本题满分 10 分)

计算 $\iint_D xy dx dy$, 其中 D 是由 $x = 0, y = x$ 和 $x^2 + y^2 = 1$ 在第一象限所围成的闭区域。

答案与解析

正确答案是:

【解析】

在极坐标系中, D 可表示为 $\frac{\pi}{4} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}, 0 \leq r \leq 1$.

$$\begin{aligned} \iint_D xy dx dy &= \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} d\theta \int_0^1 r^2 \cos\theta \sin\theta \cdot r dr \\ &= \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \sin\theta d(\sin\theta) \cdot \int_0^1 r^3 dr \\ &= \frac{1}{2} \sin^2 \theta \Big|_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \cdot \frac{1}{4} r^4 \Big|_0^1 \\ &= \frac{1}{16}. \end{aligned}$$

28 【解答题】 (总分 10 分)

(本题满分 10 分)

将 $y = e^{x+1}$ 展开成 x 的幂级数。

答案与解析

正确答案是:

【解析】



$$e^{x+1} = e \cdot e^x$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{e}{n!} x^n (-\infty < x < +\infty).$$

