

2022 年成人高等学校招生全国统一考试
高等数学(一)试题

题 号	一	二	三	总 分	统分人签字
得 分					

第 I 卷 选择题 (共 40 分)

得 分	评卷人

一、选择题(本大题共 10 小题,每小题 4 分,共 40 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

- 1.当 $x \rightarrow 0$ 时, $\ln(1+x^2)$ 为 x 的()
A.高阶无穷小量
B.等价无穷小量
C.同阶但不等价无穷小量
D.低阶无穷小量
2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{3}{x}\right)^{\frac{x}{2}} =$ ()
A. e^3
B. e^2
C. $e^{\frac{3}{2}}$
D. $e^{\frac{2}{3}}$
- 3.设 $y^{(n-2)} = \sin x$, 则 $y^{(n)} =$ ()
A. $\cos x$
B. $-\cos x$
C. $\sin x$
D. $-\sin x$
- 4.设函数 $f(x) = 3x^3 + ax + 7$ 在 $x = 1$ 处取得极值, 则 $a =$ ()
A.9
B.3
C.-3
D.-9
5. $\int 2\cos 3x \, dx =$ ()
A. $6\sin 3x + C$
B. $\frac{2}{3}\sin 3x + C$
C. $\frac{1}{3}\sin 3x + C$
D. $\frac{1}{6}\sin 3x + C$

6. $\left(\int_0^x \sin^2 t \, dt\right)' =$ ()
A. $\sin 2x$
B. $\sin^2 x$
C. $\cos^2 x$
D. $-\sin 2x$
- 7.设 $z = (y-x)^2 + \frac{1}{x}$, 则 $\frac{\partial z}{\partial y} =$ ()
A. $2(y-x) - \frac{1}{x^2}$
B. $2(y-x) - \frac{1}{x}$
C. $2(x-y)$
D. $2(y-x)$
- 8.函数 $f(x, y) = x^2 + y^2 - 2x + 2y + 1$ 的驻点是()
A.(0,0)
B.(-1,1)
C.(1,-1)
D.(1,1)
- 9.下列四个点中,在平面 $x + y - z + 2 = 0$ 上的是()
A.(-2,1,1)
B.(0,1,1)
C.(1,0,1)
D.(1,1,0)
- 10.级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n+1}$ 的收敛半径为 ()
A. $\frac{1}{2}$
B.1
C. $\frac{3}{2}$
D.2

第 II 卷 非选择题 (共 110 分)

得 分	评卷人

二、填空题(11~20 小题,每小题 4 分,共 40 分)

11. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + \sin 2x}{\sin x} =$ _____.
- 12.设函数 $f(x)$ 满足 $f'(1) = 5$, 则 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(1+2x) - f(1)}{x} =$ _____.
- 13.设 $y = \frac{1}{1+x}$, 则 $dy =$ _____.
- 14.曲线 $y = \frac{x}{4-x}$ 的水平渐近线方程为 _____.
15. $\int (x^2 + 3x^{\frac{1}{2}}) \, dx =$ _____.
16. $\int_{-1}^1 (1 + x \sin x^2) \, dx =$ _____.

17. $\int_0^2 3^x \mathrm{d}x =$ _____.

18. 设 $z = x \tan(y^2 + 1)$, 则 $\frac{\partial z}{\partial x} =$ _____.

19. 微分程 $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} + 2y = 0$ 的通解为 $y =$ _____.

20. 过点 $(1, 0, -1)$ 与平面 $3x - y - z - 2 = 0$ 平行的平面的方程为_____.

得 分	评卷人

三、解答题 (21~28 题, 共 70 分. 解答应写出推理、演算步骤)

21. (本题满分 8 分)

计算 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3}{x - \sin x}$.

22. (本题满分 8 分)

设函数 $f(x) = \mathrm{e} + \frac{1}{2}x^2 - \sin x$, 求 $f'(1)$.

23. (本题满分 8 分)

求函数 $f(x) = x^3 - x^2 - x + 2$ 的单调区间.

24. (本题满分 8 分)

求曲线 $y = x^2$ 在点 $(1, 1)$ 处的切线方程.

25. (本题满分 8 分)

求 $\int \frac{1}{x(x+2)} dx$.

26. (本题满分 10 分)

求微分方程 $y' + \frac{1}{1+x}y = \frac{x}{1+x}$ 满足初值条件 $y \Big|_{x=1} = \frac{1}{4}$ 的特解.

27. (本题满分 10 分)

计算 $\iint_D (x + y^2) dx dy$, 其中 D 是由直线 $y = 0, y = x, x = 1$ 所围成的闭区域.

28. (本题满分 10 分)

证明: 当 $x > 0$ 时, $e^x > 1 + x$.

2022 年成人高等学校招生全国统一考试 高等数学(一)试题参考答案

一、选择题

1.A 2.C 3.D 4.D 5.B 6.B 7.D 8.C 9.A 10.B

二、填空题

11.3 12.10 13. $-\frac{1}{(1+x)^2}dx$ 14. $y=-1$
15. $\frac{x^3}{3} + 2x^{\frac{3}{2}} + C$ 16. 2 17. $\frac{8}{\ln 3}$ 18. $\tan(y^2 + 1)$
19. Ce^{-2x} 20. $3x - y - z - 4 = 0$

三、解答题

$$\begin{aligned} 21. \text{解: } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3}{x - \sin x} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^2}{1 - \cos x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{6x}{\sin x} \\ &= 6. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 22. \text{解: } f'(x) &= x - \cos x, \\ f'(1) &= 1 - \cos 1. \end{aligned}$$

$$23. \text{解: } f'(x) = 3x^2 - 2x - 1.$$

$$\text{令 } f'(x) = 0, \text{ 解得 } x_1 = -\frac{1}{3}, x_2 = 1.$$

当 $x < -\frac{1}{3}$ 或 $x > 1$ 时, $f'(x) > 0$, 故 $f(x)$ 的单调递增区间为 $\left(-\infty, -\frac{1}{3}\right)$, $(1, +\infty)$.

当 $-\frac{1}{3} < x < 1$ 时, $f'(x) < 0$, 故 $f(x)$ 的单调递减区间为 $\left(-\frac{1}{3}, 1\right)$.

$$24. \text{解: } y' = 2x, y' \Big|_{x=1} = 2.$$

故所求的切线方程为 $y - 1 = 2(x - 1)$, 即 $y = 2x - 1$.

$$\begin{aligned} 25. \text{解: } \int \frac{dx}{x(x+2)} &= \frac{1}{2} \int \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+2} \right) dx \\ &= \frac{1}{2} (\ln |x| - \ln |x+2|) + C \\ &= \frac{1}{2} \ln \left| \frac{x}{x+2} \right| + C. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 26. \text{解: } y &= e^{-\int \frac{1}{1+x} dx} \left(\int \frac{x}{1+x} e^{\int \frac{1}{1+x} dx} dx + C \right) \\ &= \frac{1}{1+x} \left(\int x dx + C \right) \\ &= \frac{1}{1+x} \left(\frac{x^2}{2} + C \right). \end{aligned}$$

$$\text{由 } y \Big|_{x=1} = \frac{1}{4} \text{ 得 } C = 0, \text{ 所以特解为 } y = \frac{x^2}{2(1+x)}.$$

$$\begin{aligned} 27. \text{解: } \iint_D (x + y^2) dx dy &= \int_0^1 dx \int_0^x (x + y^2) dy \\ &= \int_0^1 \left(xy + \frac{y^3}{3} \right) \Big|_0^x dx \\ &= \int_0^1 \left(x^2 + \frac{x^3}{3} \right) dx \\ &= \left(\frac{x^3}{3} + \frac{x^4}{12} \right) \Big|_0^1 \\ &= \frac{5}{12}. \end{aligned}$$

$$28. \text{解: 设 } f(x) = e^x - 1 - x, \text{ 则 } f'(x) = e^x - 1.$$

当 $x > 0$ 时, $f'(x) > 0$, 故 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 单调递增.

又因为 $f(x)$ 在 $x = 0$ 处连续, 且 $f(0) = 0$, 所以当 $x > 0$ 时, $f(x) > 0$.

因此当 $x > 0$ 时, $e^x - 1 - x > 0$, 即 $e^x > 1 + x$.