



## 成人高考专升本高数真题（三）

一、选择题：每小题 4 分，共 40 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求。

第 1 题

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\ln(x+1)}{x+1} =$$

A.  $\frac{\ln 2}{2}$

B. 0

C.  $\ln 2$

D.  $-\ln 2$

参考答案：A

第 2 题

设函数  $f(x) = \sqrt{x} + e$ ，则  $f'(1) =$

A.  $2+e$

C.  $\frac{1}{2}$

D.  $\frac{1}{2} + e$

参考答案：C

第 3 题

设函数  $f(x) = \cos 2x$ ，则  $f'(x) =$

A.  $2\sin 2x$

B.  $-2\sin 2x$

C.  $\sin 2x$

D.  $-\sin 2x$

参考答案：B

第 4 题

下列函数在区间  $(0, +\infty)$  内单调减少的是

A.  $y = x$

B.  $y = e^x$

C.  $y = \ln x$

D.  $y = \frac{1}{x}$

参考答案：D

第 5 题



$$\int \frac{1}{x^4} dx =$$

A.  $-\frac{1}{3x^3} + C$

B.  $\frac{1}{3x^3} + C$

C.  $\frac{3}{x^3} + C$

D.  $-\frac{3}{x^3} + C$

参考答案：A

第6题

曲线  $y=1-x^2$  与  $x$  轴所围成的平面图形的面积  $S=$

A. 2

B.  $\frac{4}{3}$

C. 1

D.  $\frac{2}{3}$

参考答案：B

第7题

已知  $F(x) = \int_0^x \sqrt{1+t^2} dt$ ，则  $F'(x) =$

A.  $2x\sqrt{1+x^2}$

B.  $\sqrt{1+x^2}+1$

C.  $\sqrt{1+x^2}$

D.  $\sqrt{1+x^2}-1$

参考答案：C

第8题

设函数  $z = xe^{2y}$ ，则  $\frac{\partial z}{\partial y} \Big|_{(1,0)} =$

A. 0

B.  $\frac{1}{2}$

C. 1

D. 2

参考答案：D

第9题



设函数  $z = \ln(xy)$ , 则  $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} =$

A.  $-\frac{1}{y^2}$       B.  $\frac{1}{y^2}$       C.  $\frac{1}{xy^2}$       D.  $\frac{1}{xy}$

参考答案: A

第 10 题

袋中有 8 个乒乓球, 其中 5 个白色球, 3 个黄色球, 从中一次任取 2 个乒乓球, 则取出的 2 个球均为白色球的概率为

A.  $\frac{5}{8}$       B.  $\frac{5}{14}$       C.  $\frac{5}{36}$       D.  $\frac{5}{56}$

参考答案: B

二、填空题: 本大题共 10 个小题, 每小题 4 分, 共 40 分, 把答案填写在题中横线上。

第 11 题

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x}{x^2 + 5} = \underline{\hspace{2cm}}$

参考答案: 0

第 12 题

当  $x \rightarrow 0$  时,  $f(x)$  与  $\sin 2x$  是等价无穷小量, 则  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{\sin 2x} = \underline{\hspace{2cm}}$

参考答案: 1

第 13 题

设函数  $f(x) = \begin{cases} 1-x, & x < 0 \\ x^2 + a, & x \geq 0 \end{cases}$  在点  $x=0$  处的极限存在, 则  $a = \underline{\hspace{2cm}}$

参考答案: 1

第 14 题



曲线  $y = x^3 + 3x^2 + 1$  的拐点坐标为\_\_\_\_\_.

参考答案: (1, -3)

第 15 题

设函数  $y = \ln(1+x)$ , 则  $y'' =$ \_\_\_\_\_.

参考解析:  $-\frac{1}{(1+x)^2}$

第 16 题

设曲线  $y = axe^x$  在  $x=0$  处的切线斜率为 2, 则  $a =$ \_\_\_\_\_.

参考答案: 2

第 17 题

$\int \frac{1}{e^x} dx =$ \_\_\_\_\_.

参考解析:  $-e^{-x} + C$

第 18 题

$\int_0^1 e^{\sin x} \cos x dx =$ \_\_\_\_\_.

参考答案: e-1

第 19 题

$\int_0^{\infty} \frac{1}{1+x^2} dx =$ \_\_\_\_\_.

参考答案:  $\pi/2$

第 20 题



函数  $z = 2(x - y) - x^2 - y^2$  的驻点坐标为\_\_\_\_\_。

参考答案: (1, -1)

三、解答题: 共 70 分。解答应写出推理、演算步骤。

第 21 题

计算  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(x-1)}{x^2-1}$ 。

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(x-1)}{x^2-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(x-1)}{(x+1)(x-1)} \\ = \frac{1}{2}.$$

第 22 题

设  $y = \frac{x^3}{\cos x}$ , 求  $dy$ 。

$$y' = \frac{(x^3)' \cos x - x^3 (\cos x)'}{(\cos x)^2} \\ = \frac{3x^2 \cos x + x^3 \sin x}{\cos^2 x}.$$

所以  $dy = y' dx = \frac{3x^2 \cos x + x^3 \sin x}{\cos^2 x} dx$ 。

第 23 题

计算  $\int x e^{x^2} dx$ 。

$$\int x e^{x^2} dx = \frac{1}{2} \int e^{x^2} dx^2 \\ = \frac{1}{2} e^{x^2} + C.$$

第 24 题

计算  $\int_0^1 e^{\sqrt{x}} dx$ 。



设  $\sqrt{x}=t$ , 则  $dx=2t dt$ .

当  $x=0$  时,  $t=0$ ; 当  $x=1$  时,  $t=1$ .

则  $\int_0^1 e^{\sqrt{x}} dx = 2 \int_0^1 t e^t dt$

$$= 2 \int_0^1 t de^t$$
$$= 2te^t \Big|_0^1 - 2 \int_0^1 e^t dt$$
$$= 2e - 2e^t \Big|_0^1$$
$$= 2.$$

第 25 题

已知离散型随机变量  $X$  的概率分布为

$X$	0	1	2	3
$P$	0.2	0.1	0.3	$a$

(1) 求常数  $a$ .

(2) 求  $X$  的数学期望  $EX$  和方差  $DX$ .

(1) 因为  $0.2+0.1+0.3+a=1$ , 所以  $a=0.4$ .

(2)  $EX=0 \times 0.2+1 \times 0.1+2 \times 0.3+3 \times 0.4$

$=1.9$ .

$DX=(0-1.9)^2 \times 0.2+(1-1.9)^2 \times 0.1+(2-1.9)^2 \times 0.3+(3-1.9)^2 \times 0.4$

$=1.29$ .

第 26 题

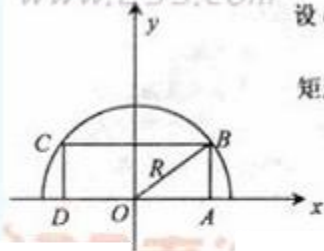
在半径为  $R$  的半圆内作一内接矩形, 其中的一边在直径上, 另外两个顶点在圆周上 (如图所示). 当矩形的长和宽各为多少时矩形面积最大? 最大值是多少?





解：如图，设  $x$  轴通过半圆的直径， $y$  轴垂直且平分直径。

www.233.com



设  $OA = x$ ，则  $AB = \sqrt{R^2 - x^2}$ 。

矩形面积  $S = 2x\sqrt{R^2 - x^2}$ 。

$$S' = 2\sqrt{R^2 - x^2} - \frac{2x^2}{\sqrt{R^2 - x^2}}$$

$$= 2 \frac{R^2 - 2x^2}{\sqrt{R^2 - x^2}}$$

www.233.com

令  $S' = 0$ ，得  $x = \frac{\sqrt{2}}{2}R$ （舍去负值）。

由于只有唯一驻点，根据实际问题， $x = \frac{\sqrt{2}}{2}R$  必为所求，

则  $AB = \frac{\sqrt{2}}{2}R$ 。

所以，当矩形的长为  $\sqrt{2}R$ ，宽为  $\frac{\sqrt{2}}{2}R$  时，

矩形面积最大，且最大值  $S = R^2$ 。

#### 第 27 题

证明：当  $x > 1$  时， $x > 1 + \ln x$ 。

证：设  $f(x) = x - 1 - \ln x$ ，

www.233.com

则  $f'(x) = 1 - \frac{1}{x}$ 。

当  $x > 1$  时， $f'(x) > 0$ ，则  $f(x)$  单调上升。

所以 当  $x > 1$  时， $f(x) > f(1) = 0$ 。

即  $x - 1 - \ln x > 0$ ，

得  $x > 1 + \ln x$ 。

#### 第 28 题

求二元函数  $f(x, y) = x^2 + y^2 + xy$ ，在条件  $x + 2y = 4$  下的极值。



设  $F(x, y, \lambda) = f(x, y) + \lambda(x + 2y - 4)$

$$= x^2 + y^2 + xy + \lambda(x + 2y - 4),$$

$$\begin{cases} \frac{\partial F}{\partial x} = 2x + y + \lambda = 0, & \text{①} \\ \frac{\partial F}{\partial y} = 2y + x + 2\lambda = 0, & \text{②} \\ \frac{\partial F}{\partial \lambda} = x + 2y - 4 = 0, & \text{③} \end{cases}$$

由①与②消去  $\lambda$  得  $x = 0$ , 代入③得  $y = 2$ .

所以函数  $f(x, y)$  的极值为 4.

