



## 成人高考专升本高数真题（一）

一、选择题(1~10 小题。每小题 4 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中。只有一项是符合题目要求的)

1.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{x^2} =$$

- A. 0  
B. 1  
C. 2  
D.  $\infty$

【答案】B

【考点点拨】 本题考查了特殊极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$  的知识点.

【应试指导】  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin x}{x}\right)^2 = 1$ .

2.

设函数  $f(x)$  在  $x = 1$  处可导,且  $f'(1) = 2$ ,则  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(1-x) - f(1)}{x} =$

- A. -2                      B.  $-\frac{1}{2}$                       C.  $\frac{1}{2}$                       D. 2

【答案】A

【应试指导】  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(1-x) - f(1)}{x}$   
 $= -\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(1-x) - f(1)}{1-x-1}$   
 $= -f'(1) = -2$ .

3.

$d(\sin 2x) =$  A.  $2\cos 2x dx$                       B.  $\cos 2x dx$                       C.  $-2\cos 2x dx$                       D.  $-\cos 2x dx$

【答案】A

【应试指导】 设  $y = \sin 2x$ , 则  $y' = 2\cos 2x$ , 故  $d(\sin 2x) = 2\cos 2x dx$ .

4.

设函数  $f(x)$  在区间  $[a, b]$  连续且不恒为零, 则下列各式中不恒为常数的是

- A.  $f(b) - f(a)$                       B.  $\int_a^b f(x) dx$                       C.  $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$                       D.  $\int_a^x f(t) dt$

【答案】D

【应试指导】 设  $f(x)$  在  $[a, b]$  上的原函数为  $F(x)$ .

A 项,  $[f(b) - f(a)]' = 0$ ; B 项,  $[\int_a^b f(x) dx]' = [F(b) - F(a)]' = 0$ ; C 项,  $[\lim_{x \rightarrow a^+} f(x)]' = [f(a)]' = 0$ ;  
D 项,  $[\int_a^x f(t) dt]' = f(x)$ . 故 A、B、C 项恒为常数, D 项不恒为常数.

5.



设  $f(x)$  为连续函数, 且  $\int_0^x f(t) dt = x^3 + \ln(x+1)$ , 则  $f(x) =$

- A.  $3x^2 + \frac{1}{x+1}$       B.  $x^3 + \frac{1}{x+1}$       C.  $3x^2$       D.  $\frac{1}{x+1}$

【答案】A

【应试指导】  $f(x) = [\int_0^x f(t) dt]' = [x^3 + \ln(x+1)]' = 3x^2 + \frac{1}{x+1}$ .

6

设函数  $f(x)$  在区间  $[a, b]$  连续, 且  $I(u) = \int_a^u f(x) dx - \int_a^u f(t) dt, a < u < b$ , 则  $I(u)$

- A. 恒大于零  
B. 恒小于零  
C. 恒等于零  
D. 可正, 可负

【答案】C

【应试指导】因定积分与积分变量所用字母无关,

$$\text{故 } I(u) = \int_a^u f(x) dx - \int_a^u f(t) dt = \int_a^u f(x) dx + \int_a^u f(x) dx = \int_a^u f(x) dx = 0.$$

7.

设二元函数  $z = x^y$ , 则  $\frac{\partial z}{\partial y} =$

- A.  $x^y$       B.  $x^y \ln y$       C.  $x^y \ln x$       D.  $y x^{y-1}$

【答案】C

【应试指导】因  $z = x^y$ , 故  $\frac{\partial z}{\partial y} = x^y \ln x$ .

8.

设函数  $f(x)$  在区间  $[a, b]$  连续, 则曲线  $y=f(x)$  与直线  $x=a, x=b$  及  $x$  轴所围成的平面图形的面积为

- A.  $\int_a^b f(x) dx$       B.  $-\int_a^b f(x) dx$       C.  $\int_a^b |f(x)| dx$       D.  $|\int_a^b f(x) dx|$

【答案】C

【应试指导】由定积分的几何意义知, 本题选 C.

9.

设二元函数  $z = x \cos y$ , 则  $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} =$

- A.  $x \sin y$       B.  $-x \sin y$       C.  $\sin y$       D.  $-\sin y$

【答案】D

【应试指导】  $z = x \cos y$ , 则  $\frac{\partial z}{\partial x} = \cos y$ , 故  $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -\sin y$ .

10.

设事件 A, B 相互独立, A, B 发生的概率分别为 0.6, 0.9, 则 A, B 都不发生的概率为

- A. 0.54



- B. 0. 04  
C. 0. 1  
D. 0. 4

【答案】B

【应试指导】事件  $A, B$  相互独立, 则  $\bar{A}, \bar{B}$  也相互独立, 故  $P(\bar{A} \bar{B}) = P(\bar{A})P(\bar{B}) = (1 - 0.6) \times (1 - 0.9) = 0.04$ .

## 二、填空题(11~20 小题, 每小题 4 分, 共 40 分)

11.

函数  $f(x) = \frac{2}{x-1}$  的间断点为  $x =$ \_\_\_\_\_.

【答案】1

【应试指导】 $f(x)$  在  $x=1$  处无定义, 故  $f(x)$  在  $x=1$  处不连续, 则  $x=1$  是函数  $f(x)$  的间断点.

12.

设函数  $f(x) = \begin{cases} e^{3x} - 1, & x \geq 0, \\ a, & x < 0 \end{cases}$  在  $x=0$  处连续, 则  $a =$ \_\_\_\_\_.

【答案】0

【应试指导】 $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = a$ , 因  $f(x)$  在  $x=0$  处连续, 故  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = f(0)$ , 即  $a = f(0) = 0$ .

13.

设  $y = \sin(2x+1)$ , 则  $y'' =$ \_\_\_\_\_.

【答案】 $-4\sin(2x+1)$

【考点点拨】本题考查了一元函数的高阶导数的知识.

【应试指导】 $y = \sin(2x+1)$ , 则  $y' = 2\cos(2x+1)$ , 则  $y'' = -4\sin(2x+1)$ .

14.

函数  $f(x) = x + \frac{1}{x}$  的单调增区间为\_\_\_\_\_.

【答案】 $(-\infty, -1), (1, +\infty)$

【考点点拨】本题考查了函数的单调性的知识.

【应试指导】 $f(x) = x + \frac{1}{x} (x \neq 0)$ , 则  $f'(x) = 1 - \frac{1}{x^2} = \frac{(x+1)(x-1)}{x^2}$ . 令  $f'(x) > 0$ , 则  $x < -1$  或  $x > 1$ , 即  $f(x)$  的单调增区间为  $(-\infty, -1), (1, +\infty)$ .

15.

曲线  $y = e^x + x^2$  在点  $(0, 1)$  处的切线斜率为\_\_\_\_\_.

【答案】1

【应试指导】曲线在点  $(0, 1)$  处的切线斜率  $k =$

$$y' \Big|_{x=0} = (e^x + 2x) \Big|_{x=0} = 1.$$



16.

设  $f'(x)$  为连续函数, 则  $\int f'(x) dx =$  \_\_\_\_\_.

【答案】  $f(x) + C$

【考情点拨】 本题考查了不定积分的性质的知识点.

【应试指导】 由不定积分的性质知,  $\int f'(x) dx = f(x) + C$ .

17.

$\int_{-1}^1 (x^3 \cos x + 1) dx =$  \_\_\_\_\_.

【答案】 2

【应试指导】  $\int_{-1}^1 (x^3 \cos x + 1) dx = \int_{-1}^1 x^3 \cos x dx + 2$ . 因为函数  $f(x) = x^3 \cos x$  在  $[-1, 1]$  上为奇函数, 故  $\int_{-1}^1 f(x) dx = 0$ , 即  $\int_{-1}^1 (x^3 \cos x + 1) dx = 2$ .

18.

$\int_0^1 (2x - 1)^5 dx =$  \_\_\_\_\_.

【答案】 0

【应试指导】  $\int_0^1 (2x - 1)^5 dx = \frac{1}{12} (2x - 1)^6 \Big|_0^1 = 0$ .

19.

设二元函数  $z = e^{\frac{1}{x+y}}$ , 则  $\frac{\partial z}{\partial y} =$  \_\_\_\_\_.

【答案】  $-\frac{1}{(x+y)^2} e^{\frac{1}{x+y}}$

【考情点拨】 本题考查了二元函数的偏导数的知识点.

【应试指导】  $z = e^{\frac{1}{x+y}}$ , 则  $\frac{\partial z}{\partial y} = e^{\frac{1}{x+y}} \left( \frac{1}{x+y} \right)' = -\frac{1}{(x+y)^2} e^{\frac{1}{x+y}}$ .

20.

设二元函数  $z = x^3 y^2$ , 则  $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} =$  \_\_\_\_\_.

【答案】  $6x^2 y$

【考情点拨】 本题考查了二元函数的二阶偏导数的知识点.

【应试指导】  $z = x^3 y^2$ , 则  $\frac{\partial z}{\partial x} = 3x^2 y^2$ , 故  $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = 6x^2 y$ .

三、解答题(21~28 题. 共 70 分. 解答应写出推理、演算步骤)

21.

(本题满分 8 分)

计算  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 2e^x + 1}{x^2}$ .



【答案】

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 2e^x + 1}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - e^x}{x} \quad (3 \text{ 分})$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} (2e^{2x} - e^x) \quad (6 \text{ 分})$$

$$= 1. \quad (8 \text{ 分})$$

22.

(本题满分 8 分)

已知  $x = -1$  是函数  $f(x) = ax^3 + bx^2$  的驻点, 且曲线  $y = f(x)$  过点  $(1, 5)$ , 求  $a, b$  的

【答案】

$$f'(x) = 3ax^2 + 2bx.$$

$$\text{由 } f'(-1) = 0, \text{ 得 } 3a - 2b = 0. \quad \textcircled{1} \quad (3 \text{ 分})$$

$$\text{曲线 } y = f(x) \text{ 过点 } (1, 5), \text{ 故 } a + b = 5. \quad \textcircled{2}$$

(6 分)

由  $\textcircled{1}, \textcircled{2}$  得  $a = 2, b = 3$ .

23.

(本题满分 8 分)

$$\text{计算 } \int \frac{x^3}{x-1} dx.$$

【答案】

$$\int \frac{x^3}{x-1} dx = \int \frac{x^3 - 1 + 1}{x-1} dx \quad (2 \text{ 分})$$

$$= \int (x^2 + x + 1 + \frac{1}{x-1}) dx \quad (6 \text{ 分})$$

$$= \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + x + \ln |x-1| + C.$$

(8 分)

24.

(本题满分 8 分)

$$\text{计算 } \int_1^e \ln x dx.$$

【答案】

$$\int_1^e \ln x dx = x \ln x \Big|_1^e - \int_1^e dx \quad (4 \text{ 分})$$

$$= e - x \Big|_1^e \quad (6 \text{ 分})$$

$$= 1. \quad (8 \text{ 分})$$

25.

(本题满分 8 分)

设  $y = y(x)$  是由方程  $e^y + xy = 1$  所确定的隐函数, 求  $\frac{dy}{dx}$ .

【答案】

方程  $e^y + xy = 1$  两边对  $x$  求导, 得

$$e^y \frac{dy}{dx} + y + x \frac{dy}{dx} = 0. \quad (6 \text{ 分})$$

$$\text{于是 } \frac{dy}{dx} = -\frac{y}{e^y + x}. \quad (8 \text{ 分})$$

26.



(本题满分 10 分)

设曲线  $y = \sin x (0 \leq x \leq \frac{\pi}{2})$ ,  $x$  轴及直线  $x = \frac{\pi}{2}$  所围成的平面图形为  $D$ . 在区间  $(0, \frac{\pi}{2})$  内求一点  $x_0$ , 使直线  $x = x_0$  将  $D$  分为面积相等的两部分.

【答案】

依题意有  $\int_0^{x_0} \sin x dx = \int_{x_0}^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx$ , 即 (4 分)

$$-\cos x \Big|_0^{x_0} = -\cos x \Big|_{x_0}^{\frac{\pi}{2}},$$

$$1 - \cos x_0 = \cos x_0,$$

$$\cos x_0 = \frac{1}{2}, \quad (8 \text{ 分})$$

$$\text{得 } x_0 = \frac{\pi}{3}. \quad (10 \text{ 分})$$

27.

(本题满分 10 分)

设 50 件产品中, 45 件是正品, 5 件是次品. 从中任取 3 件, 求其中至少有 1 件是次品的概率. (精确到 0.01)

【答案】

设  $A = \{3 \text{ 件产品中至少有 1 件次品}\}$ , 则  $\bar{A} = \{3 \text{ 件产品都为正品}\}$ . (2 分) 所以  $P(A) = 1 - P(\bar{A})$  (5 分)

$$= 1 - \frac{C_{45}^3}{C_{50}^3}$$

$$\approx 0.28. \quad (10 \text{ 分})$$

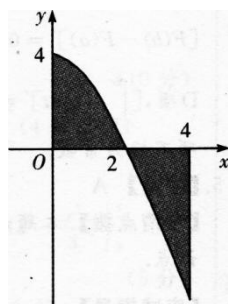
28.

(本题满分 10 分)

设曲线  $Y = 4 - x^2 (x \geq 0)$  与  $x$  轴,  $y$  轴及直线  $x = 4$  所围成的平面图形为  $D$ . (如图中阴影部分所示).

(1) 求  $D$  的面积  $S$ .

(2) 求图中  $x$  轴上方的阴影部分绕  $y$  轴旋转一周所得旋转体的体积  $V$ .



【答案】





(1) 面积  $S = \int_0^2 (4 - x^2) dx - \int_2^4 (4 - x^2) dx$  (3分)

$$\begin{aligned} &= \left( 4x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^2 - \left( 4x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_2^4 \\ &= 16. \end{aligned} \quad (5分)$$

(2) 体积  $V = \pi \int_0^4 x^2 dy$

$$\begin{aligned} &= \pi \int_0^4 (4 - y) dy \\ &= \pi \left( 4y - \frac{1}{2} y^2 \right) \Big|_0^4 \\ &= 8\pi. \end{aligned} \quad (10分)$$

